

2008

Rilevamento delle sorgenti doppler della ionosfera tramite radar-HF

Cesidio Bianchi, Umberto Sciacca,
James Baskaradas Arokiasamy,
Enrico Zuccheretti, Giuseppe Tutone

n.62

Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Via di Vigna Murata 605 - 00143 Roma

tel 06518601 • fax 065041181

www.ingv.it



Direttore

Enzo Boschi

Editorial Board

Raffaele Azzaro (CT)

Sara Barsotti (PI)

Mario Castellano (NA)

Viviana Castelli (BO)

Anna Grazia Chiodetti (AC)

Rosa Anna Corsaro (CT)

Luigi Cucci (RM1)

Mauro Di Vito (NA)

Marcello Liotta (PA)

Lucia Margheriti (CNT)

Simona Masina (BO)

Nicola Pagliuca (RM1)

Salvatore Stramondo (CNT)

Andrea Tertulliani - coordinatore (RM1)

Aldo Winkler (RM2)

Gaetano Zonno (MI)

Segreteria di Redazione

Francesca Di Stefano (responsabile)

Tel. +39 06 51860068

Fax +39 06 36915617

Rossella Celi

Tel. +39 06 51860055

Fax +39 06 36915617

redazionecen@ingv.it

**RILEVAMENTO DELLE SORGENTI DOPPLER
DELLA IONOSFERA TRAMITE RADAR-HF**

Cesidio Bianchi, Umberto Sciacca, James Baskaradas Arokiasamy,
Enrico Zuccheretti, Giuseppe Tutone

Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia

Indice

<i>Introduzione</i>	5
<i>1. Sondaggi ionosferici e misura della velocità</i>	6
<i>2. Analisi spettrale per l'identificazione delle sorgenti</i>	9
<i>3. Principi di interferometria ionosferica</i>	12
<i>4. Determinazione della posizione e velocità delle sorgenti</i>	14
<i>5. Alcune considerazioni sull'acquisizione dei segnali in un sistema interferometrico</i>	16
<i>6. Conclusioni</i>	20
<i>Appendice A – Considerazioni sulla identificazione delle sorgenti senza effetto Doppler</i>	20
<i>Appendice B – Confronto tra analisi della distanza e velocità</i>	22
<i>Bibliografia</i>	26

Introduzione

Il presente lavoro contiene un insieme di concetti di base utili per comprendere la cosiddetta tecnica della “interferometria doppler”, usata, nell’ambito degli studi sulla ionosfera, per ricavare informazioni sulla conformazione e velocità degli strati riflettenti (operazione chiamata anche *sky mapping*). È utile ricordare, infatti, che il sondaggio ionosferico tradizionale consente solo la determinazione dell’altezza virtuale di ogni strato, pensato come un unico oggetto riflettente piano. Tale determinazione è giunta nel tempo ad avere una risoluzione molto spinta, dell’ordine di qualche chilometro, tuttavia una ionosonda tradizionale non possiede la capacità di individuare la struttura degli strati riflettenti.

In realtà è noto che tali strati possono essere considerati come costituiti da varie parti, spesso chiamate “sorgenti”, piuttosto impropriamente, dato che in realtà si tratta di zone riflettenti e non di vere e proprie sorgenti di radiazione; nel seguito si useranno entrambi i termini di “riflettore” e “sorgente”. Ebbene, le sorgenti sono capaci, almeno in linea di principio, di rinviare verso la stazione di sondaggio una parte dell’energia elettromagnetica incidente; la reale possibilità di riflettere una sufficiente energia dipende principalmente dal loro orientamento, oltre che da altri fattori.

Pertanto si è cercato di sviluppare una tecnica che consentisse di individuare la posizione e la velocità di tali sorgenti nello spazio di cielo al di sopra del luogo ove è posta la ionosonda, rendendo così possibile la “mappatura” della ionosfera. Mettere a punto tale tecnica, tutt’altro che banale, ha richiesto lo sforzo di numerosi valenti ricercatori, alcuni di grande prestigio, come Bibl, Pfister e Reinisch, altri meno noti, tutti operanti presso l’Università ULCAR (University of Lowell Center for Atmospheric Research - Massachusetts USA) [Pfister, 1971; Bibl e Reinisch, 1978]. Una prima ionosonda capace di eseguire questo tipo di misura fu sviluppata alla fine degli anni ’70 (Digisonde 128PS). Ne sono seguite poi altre, col progredire della tecnologia elettronica e dei computer, fino ad approdare a quello che probabilmente è il prodotto più evoluto in questo settore: la digisonda DPS-4, sviluppata nel 1995.

Nonostante i miglioramenti tecnologici, il principio della misura è rimasto sostanzialmente lo stesso e sarà spiegato nei prossimi paragrafi. È importante sottolineare che solo recentemente questa tecnica ha potuto trovare piena attuazione, richiedendo numerose e veloci analisi *on-line* dei dati acquisiti, cosa rimasta di difficile realizzazione fino all’avvento dei recenti veloci microprocessori o DSP (Digital Signal Processor). Nella strada verso la realizzazione dello *sky mapping*, altri passi in avanti sono stati possibili grazie alla interpretazione automatica degli ionogrammi, con la riduzione alle altezze vere, ed allo sviluppo dei recenti algoritmi in linguaggio C, che consentono di eseguire complesse operazioni di calcolo nel giro di frazioni di secondo.

La velocità di calcolo è fondamentale a causa della elevata dinamica ionosferica, che muta le condizioni di riflettività delle sorgenti in tempi dell’ordine delle decine di secondi. Purtroppo, l’esigenza di eseguire calcoli nei tempi indicati contrasta con l’altra esigenza di sondare in un intervallo di tempo il più lungo possibile per ottenere buone risoluzioni in frequenza (dell’ordine dei decimi di Hz), come imposto dalla teoria.

La tecnica per ottenere la “mappatura” della ionosfera, oggetto del presente lavoro, si basa sui seguenti concetti fondamentali. Si ritiene utile sintetizzarli subito, lasciando ai successivi paragrafi la trattazione più analitica. Viene esaminato uno strato ionosferico per volta, del quale si suppone nota l’altezza, per effetto di un sondaggio “preliminare” di tipo tradizionale da svolgere subito prima della mappatura. Si sceglie poi una opportuna singola frequenza di interrogazione (o più di una) e si effettua il sondaggio principale. Data la scarsa direttività delle antenne, una larga zona di cielo viene investita dall’onda elettromagnetica trasmessa (l’ordine di grandezza è delle centinaia di chilometri quadrati). Le “sorgenti” che riflettono l’onda incidente sono sparse nella zona di cielo “illuminata” dalla trasmittente e ciascuna è dotata di una certa velocità radiale, perciò l’eco dovuta a ciascuna di esse avrà frequenza alterata per effetto doppler. Si pone per valida l’ipotesi di lavoro che le sorgenti “visibili”, in quanto capaci di riflettere una sufficiente quantità di energia, siano in numero piuttosto limitato; in tali condizioni la possibilità che due di esse si muovano con la stessa velocità radiale è assunta trascurabile. Allora, dotando il sistema di sondaggio della capacità di separare echi a diverse frequenze, sarà possibile individuare le varie sorgenti, nell’ambito dello strato ionosferico sotto esame, associando ciascuna ad una diversa frequenza ricevuta. Notare come questo sistema non separa gli echi sulla base di un diverso tempo di arrivo (come nelle ionosonde tradizionali) ma unicamente sulla base della diversa frequenza ricevuta.

La sola analisi delle frequenze doppler non è sufficiente per individuare la posizione nel cielo; allo scopo è necessario disporre di più antenne riceventi (almeno tre); in tal modo è facile estrarre l’informazione relativa all’azimut a partire dalla fase con cui gli echi arrivano alle varie antenne. Ciò però è possibile solo in

virtù della precedente separazione degli echi basata sulla doppler. Infine, tramite un'analisi dell'intero campo delle velocità (radiali) di tutte le sorgenti è possibile trovare dei valori anche per le componenti orizzontali e verticali, sia pure sotto opportune condizioni, che saranno esplicitate nel seguito del lavoro.

La procedura appena esposta in grande sintesi viene sviluppata in maggiore dettaglio nel corso del presente lavoro. Il paragrafo 1 contiene alcuni richiami sui sondaggi ionosferici tradizionali, mettendo in risalto il problema della identificazione di più sorgenti e come esso possa essere risolto con l'ausilio dell'effetto Doppler. Nel paragrafo 2 viene descritto in maggior dettaglio come estrarre le informazioni relative alle sorgenti, tramite campionamento e passaggio nel dominio della frequenza (algoritmo CFFT). Il paragrafo 3 descrive invece il principio dello sfruttamento delle differenze tra le fasi di arrivo su una coppia di antenne al fine di identificare la direzione di provenienza del fronte d'onda (interferometria). Il paragrafo 4 descrive nel dettaglio l'algoritmo che consente di determinare la posizione delle sorgenti e la velocità dello strato ionosferico al quale appartengono. Nel paragrafo 5 infine si trattano questioni più tecniche, relative alla digitalizzazione del segnale e al guadagno di processo. Seguono le conclusioni e due appendici.

L'appendice A contiene considerazioni aggiuntive a quelle svolte nel corpo del lavoro, utili per una migliore comprensione dei motivi che rendono necessario lo sfruttamento dell'analisi Doppler. In appendice B sono richiamati per comodità del lettore vari concetti di teoria del campionamento e della trasformazione FFT.

Il presente lavoro è stato redatto allo scopo di fungere da riassunto delle conoscenze attuali sull'argomento, oltre che fornire un riferimento teorico utile nella fase di progettazione di uno strumento capace di svolgere lo *sky mapping*, progettazione in corso presso l'INGV. Ciò anche in assenza di competenze specialistiche del lettore, che si assume però possedere le conoscenze fondamentali di fisica, elettronica, teoria dei segnali e sulla propagazione delle onde elettromagnetiche nella ionosfera.

1. Sondaggi ionosferici e misura della velocità

La ionosfera ha la proprietà di riflettere le onde elettromagnetiche incidenti, ma solo approssimativamente essa si può considerare come uno specchio piano riflettente (fig. 1). Nel sondaggio ionosferico verticale, si assume che esistano uno o più strati assimilabili a riflettori piani, ma ciò è solo un'approssimazione, data dal fatto che la velocità di propagazione non è costante all'interno del plasma ionosferico [Davies, 1989]. Lo ionogramma, prodotto come risultato del sondaggio, raffigura non l'altezza reale degli strati ma un'altezza "virtuale", poiché la sua determinazione si basa solo sui tempi di ritardo in funzione della frequenza, assumendo la velocità di propagazione costante e pari alla velocità della luce.

In realtà nella ionosfera sono sempre presenti zone a diversa densità, che tendono a riflettere le onde in direzioni diverse, come se lo specchio non fosse costituito da un blocco unico ma da tanti elementi a diversa orientazione (fig. 2).

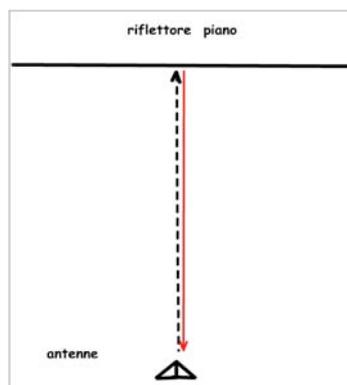


Figura 1 - Riflettore ideale piano.

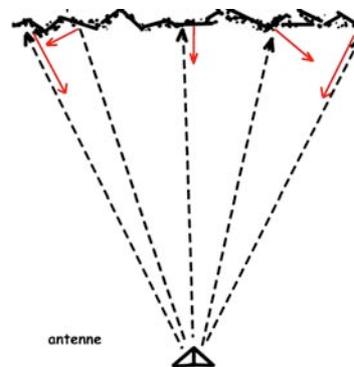


Figura 2 - Riflettore reale che dà luogo a diverse riflessioni.

Nel campo di frequenze utilizzato per il sondaggio ionosferico (2-15 MHz) il guadagno delle antenne è piuttosto basso (0-6 dBi) (fig. 3), essendo limitato dalla esigenza di non rendere proibitive le loro

dimensioni geometriche; ciò comporta che viene investita dal segnale trasmesso un'ampia zona di ionosfera, di qualche centinaio di km^2 . I riflettori inviano l'onda riflessa in svariate direzioni, ma alcuni possono rinviarla verso il luogo del trasmettitore, ove è posto anche il ricevitore. L'antenna ricevente non è direttiva, al pari della trasmittente, perciò è in grado potenzialmente di ricevere anche echi da riflettori lontani dalla verticale.

Le ionosonde tradizionali hanno sempre determinato la posizione degli strati riflettenti basandosi sui tempi di arrivo degli echi. Col passare degli anni la tecnologia ha consentito di arrivare a determinare la posizione con sempre maggiore risoluzione, tuttavia bisogna ricordare che un sondaggio tradizionale ipotizza la situazione di fig. 1: ogni impulso trasmesso ad una certa frequenza di sondaggio viene riflesso una sola volta dallo "specchio" e l'unico problema è determinarne con precisione l'altezza. Non si pone in genere il problema di separare echi ravvicinati. Nel caso di fig. 2 invece tale problema si presenta, e la tecnologia si trova ancora oggi in difficoltà nel cercare di discriminare i vari echi basandosi sui tempi di arrivo (vedi anche l'appendice A).

Nello sforzo di individuare le varie sorgenti di fig. 2, viene in aiuto la considerazione della loro velocità (fig. 4, in cui LOS, "Line Of Sight", è il raggio ottico da una sorgente all'antenna); è noto infatti che la frequenza dell'onda ricevuta è alterata per effetto Doppler, perciò in linea di principio le sorgenti sono separabili per la loro differente velocità radiale.

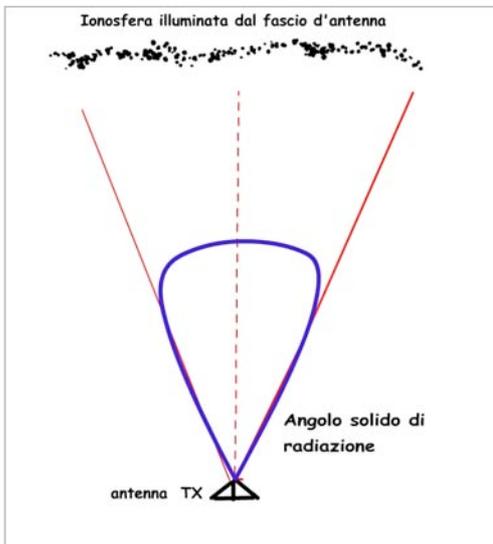


Figura 3 – Diagramma di radiazione di un'antenna a basso guadagno (non sono mostrati i lobi laterali).

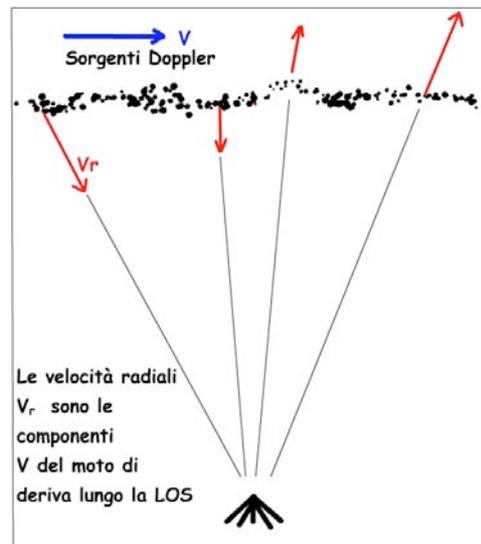


Figura 4 – Sorgenti Doppler dovute al plasma ionosferico in moto.

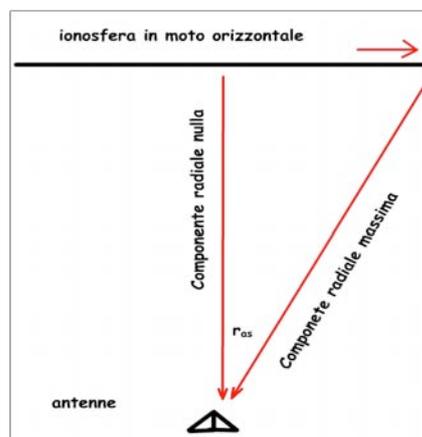


Figura 5 - Differenti spostamenti in frequenza Doppler a seconda della componente radiale del vettore v .

Un caso notevole da considerare è quello in cui lo strato riflettente è animato da un moto orizzontale di deriva costante (*bulk motion*) (fig. 5). Anche in questa eventualità, non infrequente, i riflettori posti a differenti angoli zenitali presentano velocità radiali differenti, perciò sono isolabili l'uno dall'altro usando l'effetto Doppler.

Lo spostamento Doppler è dato dalla formula approssimata:

$$\omega_{Ds} = -2\omega_0 V_{Rs} / c, \quad (1.1)$$

dove ω_0 è per definizione $2\pi f_0$ (f_0 è la frequenza dell'onda emessa dall'apparato di sondaggio), V_{Rs} è la componente della velocità di un riflettore nella direzione radiale, c è la velocità della luce. Il segno meno è presente per associare una doppler negativa ad una velocità positiva, in allontanamento. Il pedice s ricorda che la grandezza dipende dalla sorgente.

Si introducono le seguenti grandezze caratteristiche della geometria. Il *range* (vettore direzione) \mathbf{r} è il vettore avente come direzione quella della congiungente l'antenna alla sorgente s , verso la sorgente, ed intensità pari alla distanza tra i due. Il vettore d'onda \mathbf{k} è quello che mantiene la propria direzione normale alle superfici equifase dell'onda; nel nostro caso l'onda si può considerare piana, perciò \mathbf{k} ha la stessa direzione di \mathbf{r} ma il verso è quello di propagazione, quindi verso l'antenna; l'intensità è data da:

$$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (1.2)$$

Da notare come, in presenza di più antenne, la distanza tra di loro è molto piccola, confrontata con quella delle sorgenti da esse, perciò si può ammettere che \mathbf{k} e \mathbf{r} siano sempre paralleli ed indipendenti dall'antenna ricevente (la direzione e l'intensità di \mathbf{r} cambiano da una sorgente all'altra). Il modulo del vettore \mathbf{k} dato dalla (1.2), a rigore, dovrebbe tener conto della lunghezza d'onda corrispondente alla frequenza ricevuta, che è alterata dalla Doppler. Dato che quest'ultima è molto inferiore alla frequenza della portante, l'errore che si compie è trascurabile (al massimo di qualche parte per milione), perciò si può assumere la (1.2) come costante, cioè indipendente dalla sorgente (la direzione di \mathbf{k} invece varia con la sorgente).

Ciò posto, la (1.1) in realtà andrebbe scritta come segue:

$$f_{Ds} = -\frac{\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{V}_s}{\pi}, \quad (1.3)$$

dove, con f_{Ds} è indicato proprio lo spostamento per effetto Doppler della frequenza, e con \mathbf{V}_s la velocità della sorgente s . Per quanto detto essa si semplifica nella seguente relazione scalare:

$$f_{Ds} = -k V_{Rs} / \pi. \quad (1.4)$$

Perciò ciascuna sorgente in movimento contribuisce con un proprio spostamento Doppler alla composizione del segnale d'eco.

Anche la (1.3) in realtà è solo una relazione approssimata perché la frequenza Doppler non dipende solo dal movimento della superficie riflettente, ma andrebbero considerati anche i contributi dovuti al cambiamento dell'indice di rifrazione durante il percorso del raggio. Lo spostamento Doppler in frequenza f_D dipende in realtà dal cammino di fase P (*phase path*) tra due punti A e B, secondo la formula (si tralascia il pedice s):

$$f_D \cong \frac{-2f}{c} \frac{dP}{dt}; \quad (1.5)$$

mentre P può essere espresso come:

$$P = \int_A^B \mu \cdot \cos \alpha \cdot dr + r, \quad (1.6)$$

dove μ è l'indice di rifrazione di fase, α è l'angolo tra la normale d'onda e la direzione del raggio, r è il percorso geometrico; indicando con V_R la velocità del riflettore lungo r , la derivata temporale diventa:

$$\frac{dP}{dt} = \int_A^B \frac{\mu \cdot \cos \alpha}{dt} dr + V_R. \quad (1.7)$$

Se non vi fosse il termine sotto integrale nella (1.7) la velocità ricavata sarebbe la semplice velocità della superficie di isodensità elettronica. Spesso non è possibile trascurare questo termine perciò la velocità dedotta dallo spostamento Doppler è soltanto una velocità apparente. Inoltre, anche se misurassimo la

effettiva velocità, essa non sarebbe ancora la velocità di trascinamento dell'atmosfera neutra (vento neutro), per ricavare la quale si renderebbero necessarie considerazioni e analisi di tipo elettrodinamico [Dyson, 1974]. Nel seguito ammetteremo trascurabile il termine sotto integrale, o comunque ci limiteremo a considerare velocità apparenti, perciò prenderemo come valida la (1.4).

In presenza della situazione schematizzata in fig. 4, ciò che si ha in ricezione pertanto è un segnale dato dalla sovrapposizione di vari echi con diverse ω_{D_s} , tanti quante sono le sorgenti significative, cioè tutte quelle che hanno rinvio l'eco verso il ricevitore con un'ampiezza adeguata. In definitiva il sistema deve essere capace di discriminare più frequenze, anche molto ravvicinate, all'interno del segnale ricevuto, ciò elimina la necessità di una loro separazione "classica" basata sul diverso tempo di arrivo. Tale capacità del sistema deve essere piuttosto spinta, cosa che ha rallentato la sua realizzazione pratica. Per avere un'idea dell'ordine di grandezza dello spostamento Doppler associato ad un'eco tipica, si consideri una V_R di 50 m/s e una frequenza di sondaggio di f_0 di 5 MHz; la (1.4) fornisce per f_D il valore di 0.27 Hz. Se un'altra sorgente avesse una velocità di 40 m/s, porterebbe ad una doppler di 0.21 Hz, quindi solo pochi centesimi di Hz differente dalla precedente.

È importante considerare che, in un "sistema Doppler", la possibilità di discriminare molte sorgenti diverse è legata non tanto alla banda totale, come in un radar tradizionale, quanto alla risoluzione in frequenza: se essa fosse insufficiente, aumenterebbe la probabilità che due sorgenti con la stessa doppler vengano confuse tra loro. Ricordando che non vi è un altro modo per discriminare tali sorgenti, appare chiara la necessità di disporre di un adeguato potere risolutivo in frequenza. Secondo la teoria radar, ciò equivale a rinunciare a determinare la posizione, concentrandosi sulla sola determinazione accurata della velocità. Questo non significa che non sia possibile determinare la posizione, infatti la cosa viene raggiunta per altra via sfruttando informazioni ricavate parallelamente al sondaggio "Doppler", come sarà meglio spiegato nel seguito.

Le considerazioni appena esposte sono sufficienti per poter procedere nella trattazione; considerazioni aggiuntive sull'argomento sono svolte nelle appendici.

2. Analisi spettrale per l'identificazione delle sorgenti

Nel paragrafo precedente è stato descritto il quadro generale del problema della identificazione delle sorgenti, al fine di costruire una mappa della ionosfera sulla verticale del sito di sondaggio. Nel presente paragrafo si entra in maggiore dettaglio sulla tecnica che consente di estrarre la maggiore quantità di informazione possibile dal segnale d'eco ricevuto dai vari riflettori di cui in fig. 4. Le considerazioni che si faranno sono piuttosto elementari e note a chi si occupa abitualmente di teoria dei segnali, perciò non saranno approfondite oltre ad una loro semplice enunciazione. Il lettore interessato può trovare nell'appendice B alcuni richiami della teoria utili anche per un confronto tra l'estrazione del dato di posizione e di quello di velocità dal segnale ricevuto.

Al fine di identificare le frequenze Doppler delle varie sorgenti appare intuitivo che sia necessario un trattamento del segnale nel dominio della frequenza, quindi sul segnale ricevuto va operata una FFT di qualche tipo. In particolare, per estrarre la maggior quantità di informazioni, utili per la determinazione anche della posizione oltre che della velocità, è opportuno che sia usata la CFFT, vale a dire la FFT complessa, da applicare al segnale a IF a banda laterale doppia, oppure dopo aver operato la conversione in banda base avendo avuto cura di conservare le informazioni delle componenti I e Q (chiamate, a seconda degli autori, componenti analogiche di bassa frequenza o segnale complesso in quadratura). In tal modo i campioni del segnale rappresentano una sequenza di numeri complessi, le cui parti reali ed immaginarie corrispondono ai campioni dei segnali I e Q.

La CFFT produce uno spettro complesso, che è rappresentabile come una sequenza di campioni complessi corrispondenti a varie frequenze. In assenza di Doppler, lo spettro è centrato attorno alla frequenza zero, mentre sono presenti varie righe dovute alla occupazione spettrale non nulla del segnale trasmesso. Si tralasciano le righe laterali e ci si concentra su quella centrale, che è di solito quella a maggior contenuto di energia (vedi anche fig. 22b): in presenza di varie sorgenti Doppler essa si suddivide in molte righe vicinissime tra loro (le righe dello spettro originario sono molto più distanti) che devono essere separabili per sfruttarne il contenuto informativo. Se il sistema è in grado di isolare le varie componenti, distanti multipli di un certo $\Delta\omega$, si può costruire una tabella come quella di fig. 6, in cui al posto delle parti reali ed immaginarie

delle varie componenti spettrali si è preferito indicare ampiezze e fasi, in quanto dotate di un significato fisico più direttamente sfruttabile.

frequenza	ampiezza	fase
....
$-4\Delta\omega$	A_{-4}	ϕ_{-4}
$-3\Delta\omega$	A_{-3}	ϕ_{-3}
$-2\Delta\omega$	A_{-2}	ϕ_{-2}
$-\Delta\omega$	A_{-1}	ϕ_{-1}
0	A_0	ϕ_0
$+\Delta\omega$	A_1	ϕ_1
$+2\Delta\omega$	A_2	ϕ_2
$+3\Delta\omega$	A_3	ϕ_3
$+4\Delta\omega$	A_4	ϕ_4
....

Figura 6 – Dati di uscita dell’algoritmo CFFT.

Per comodità del lettore, si ricorda che una FFT “reale” associa a N campioni reali nel dominio del tempo (con N potenza di due) N/2 campioni complessi nel dominio della frequenza; inoltre alle N/2 frequenze positive corrispondono N/2 frequenze negative con lo stesso contenuto informativo (moduli della FFT uguali e fasi opposte). Nel caso della CFFT, i campioni raddoppiano nel dominio del tempo, ma lo stesso avviene in frequenza perché le frequenze negative si “disaccoppiano” da quelle positive: alle frequenze negative va associato il significato fisico di sorgenti Doppler in allontanamento, a quelle positive sorgenti che si avvicinano.

Da notare che ciò che viene misurato sono le varie A_i e ϕ_i , mentre le velocità non vengono misurate direttamente, ma è la struttura del sistema a determinare l’entità del $\Delta\omega$, e quindi i valori di velocità misurabili. Il sistema si limita ad “osservare” cosa succede in corrispondenza alle varie frequenze: è come se ad ognuna di esse corrispondesse una cella (detta *bin*) all’interno della quale può esservi energia o meno. Se in una certa cella $n\Delta\omega$ si osserva una A_n significativa ciò viene interpretato come presenza di un riflettore animato dalla velocità corrispondente a $n\Delta\omega$. Per rendere il tutto efficiente il sistema deve essere progettato in modo da consentire un $\Delta\omega$ sufficientemente piccolo da far cadere all’interno di una cella l’eco di un solo riflettore.

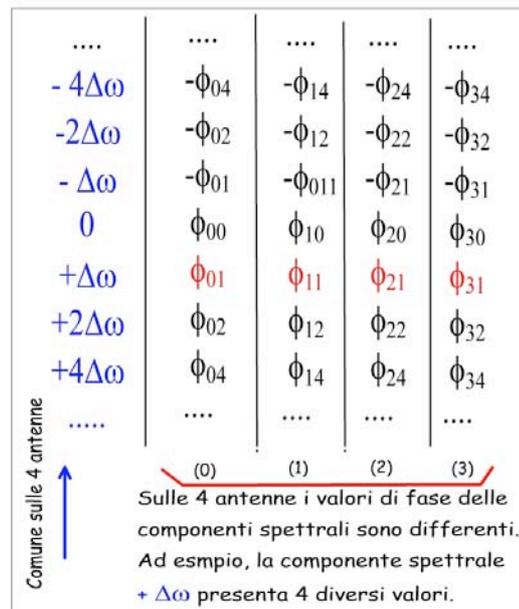


Figura 7 - Quattro antenne ricevono le stesse componenti spettrali ma con fasi differenti.

Vedremo che il sistema Doppler interferometrico completo sfrutterà il segnale captato da più antenne. Il principio esposto vale sempre, solo che alla fine, per ogni frequenza, si avranno tante coppie modulo-fase

quante sono le antenne. La tabella di fig. 6 si modifica come in fig. 7 (che riporta solo i valori delle fasi, in realtà vi sono anche valori di ampiezza, non riportati per semplicità). Per ogni frequenza è possibile ottenere valori diversi per le varie antenne, nonostante la grande vicinanza reciproca; ciò vale specialmente per le fasi, che possono variare considerevolmente anche in presenza di lievi differenze di percorso. Questo discorso sarà approfondito nel prossimo paragrafo.

Una volta esposti i concetti fondamentali, si dà ora qualche espressione analitica dei segnali che si possono incontrare. Nel dominio del tempo l'espressione matematica più generale che può assumere il segnale $A(t)$ emesso dall'antenna trasmittente è la seguente:

$$A(t) = u_0(t) \cdot \cos(\omega_0 t), \quad (2.1)$$

dove ω_0 è la frequenza angolare della portante, $u_0(t)$ è l'involuppo del segnale radar. L'angolo di fase è stato posto nullo perché non è importante a livello di trasmissione, invece al momento della ricezione si avrà la seguente espressione generica:

$$r(t) = \sum_{s=0}^R \alpha(t - \tau_s) \cdot \cos[\omega_0(t - \Delta t_s) + \varphi_{Ds}(t)]; \quad (2.2)$$

dove la sommatoria in s (*sources*) tiene conto degli echi degli R riflettori, α è l'attenuazione dell'onda lungo il doppio percorso Tx- riflettori- Rx, Δt_s è il tempo di ritardo, differente per le varie s , φ_{Ds} è la fase, che è funzione del tempo. La (2.2) non è l'espressione più generale scrivibile nel dominio del tempo, in quanto essa non tiene conto della birifrangenza del mezzo e delle rotazioni di Faraday, tuttavia è sufficientemente generale per la presente trattazione. Da questa espressione si possono ricavare le componenti ω_{Ds} derivando le $\varphi_{Ds}(t)$ rispetto al tempo; a tal proposito va detto che in $\varphi_{Ds}(t)$ è contenuto anche un termine costante ($\varphi_{Ds}(t) = \omega_{Ds} \cdot t + \phi_s$) dovuto alla modalità di riflessione ed alla geometria del percorso; esso ovviamente viene eliminato con la derivazione e non influenza la Doppler.

Il segnale ricevuto subisce attenuazione, tuttavia essa non influenza il presente ragionamento perciò non viene considerata. Immaginando di disporre di più antenne, l'ampiezza del segnale d'eco A_{as} , ricevuta da dall'antenna a e relativa alla sorgente s , può essere pertanto scritta come segue, esplicitando la componente Doppler:

$$A_{as}(t) = A_{0as}(t) \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_{Ds})t + \phi_{as}], \quad (2.3)$$

dove A_{0as} è l'ampiezza massima del segnale presente sull'antenna a , relativa alla sorgente s -esima, ϕ_{as} è la fase dell'onda di arrivo relativa alla sorgente s e all'antenna considerata. Il segnale sull'antenna a , risultato del contributo di tutte le sorgenti (e del rumore elettromagnetico che in questa trattazione può essere trascurato), allora avrà la forma:

$$A_a(t) = \sum_s A_{0as}(t) \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_{Ds})t + \phi_{as}]. \quad (2.4)$$

Campionando il segnale in quadratura si ottengono due sequenze temporali discrete dove appaiono solo le ω_{Ds} (con τ_n si è indicata la variabile indipendente tempo – discreta, con $0 \leq n \leq N-1$):

$$I_a(\tau_n) = \sum_s I_{0as}(\tau_n) \cdot \cos[\omega_{Ds}(\tau_n) + \phi'_{as}], \quad (2.5)$$

$$Q_a(\tau_n) = \sum_s Q_{0as}(\tau_n) \cdot \sin[\omega_{Ds}(\tau_n) + \phi''_{as}]. \quad (2.6)$$

Ampiezza e fase del segnale complesso a un certo istante τ_n sono date da:

$$A(\tau_n) = \sqrt{I_a^2(\tau_n) + Q_a^2(\tau_n)}, \quad (2.7)$$

$$\phi(\tau_n) = \arctan[Q_a(\tau_n)/I_a(\tau_n)]. \quad (2.8)$$

Le due sequenze temporali discrete sono i dati di partenza per eseguire la FFT; prima però si usa applicare una "pesatura" con apposita funzione (solitamente la funzione di Hanning) per ridurre al minimo le code (effetto di *ringing*) causate dal processo di campionamento.

Tralasciando l'espressione della pesatura, si ponga

$$f_a(n) = I_a(\tau_n) + i \cdot Q_a(\tau_n); \quad (2.9)$$

la FFT può essere così scritta (l'indice d è associato alle frequenze discrete):

$$F_a(d) = \sum_{n=0}^{N-1} f_a(n) e^{-i \frac{2\pi}{N} nd} \quad (2.10)$$

Se il tempo di osservazione del segnale è T , la teoria indica che la separazione tra le righe spettrali calcolate con la FFT vale $\Delta\omega = 1/T$, mentre il campo di frequenze occupa una larghezza pari a $\Delta\omega \cdot N$ (però, ricordando che sono per metà positive e per metà negative in effetti la frequenza massima è pari a $\Delta\omega \cdot N/2$). Queste nozioni sono fondamentali per la scelta di T in fase di progetto del sistema.

In definitiva, ad ogni sorgente è associato un certo indice di frequenza k , per il quale la (2.10) fornisce un numero complesso, esprimibile come coppia modulo- fase:

$$F_a(k) = V_a(k) \cdot e^{-i\phi_a(k)} \quad (2.11)$$

I valori $V(k)$ e $\phi(k)$ sono quelli che compaiono nella tabella di fig. 6.

3. Principi di interferometria ionosferica

La rilevazione dei soli spostamenti Doppler da associare alle varie sorgenti presenti in uno strato ionosferico non consente la determinazione della loro posizione. In realtà sono sfruttabili per questo scopo varie informazioni presenti nel segnale acquisito, tra cui le fasi delle varie componenti spettrali. In ogni caso una sola antenna ricevente non è mai sufficiente; la presenza di due antenne potrebbe consentire di determinare la posizione solo in presenza di una geometria bidimensionale, come in fig. 8; nel caso più generale servono almeno tre antenne, come si vedrà più avanti. In fig. 8 si ipotizza che esista un piano verticale che interseca il suolo lungo una retta orizzontale sulla quale sono poste le due antenne (pallini rossi), mentre le sorgenti sono allineate su una retta parallela alla prima, ad altezza h dal suolo.

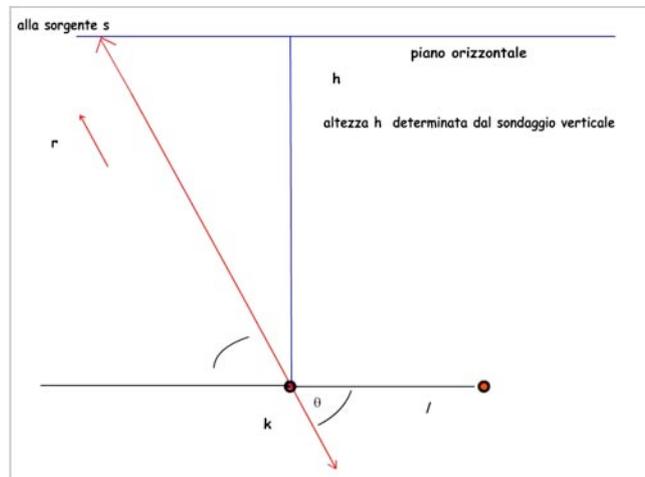


Figura 8 – Geometria bidimensionale: relazioni tra k, l e θ .

Nella fig. 8 sono visibili i vettori \mathbf{k} e \mathbf{r} già definiti; l'angolo θ è definito come l'altezza di una sorgente sull'orizzonte, vale a dire l'angolo formato da \mathbf{r} rispetto al piano orizzontale. Sia infine h l'altezza dello strato sotto esame, supposta costante, e l la distanza tra una coppia di antenne contigue (in fig. 8 ve ne sono solo due, ma possono essere di più); si può pensare anche ad un vettore \mathbf{l} orientato da un'antenna all'altra e modulo l .

Nella geometria semplificata di fig. 8 si ammette nota l'altezza h , rimane pertanto da determinare solo l'angolo θ . Si immagini che un fronte d'onda, per un'onda di lunghezza λ , investa le due antenne come in fig. 9. È facile calcolare la differenza di fase di quanto captato dalle due antenne, in quanto essa è data semplicemente dal prodotto scalare dei due vettori \mathbf{k} e \mathbf{l} :

$$\Delta\phi_{sij} = \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{l}_{ij} = k \cdot l_{ij} \cdot \cos\theta_s = 2\pi \cdot l_{ij} \cdot \cos\theta_s / \lambda \quad (3.1)$$

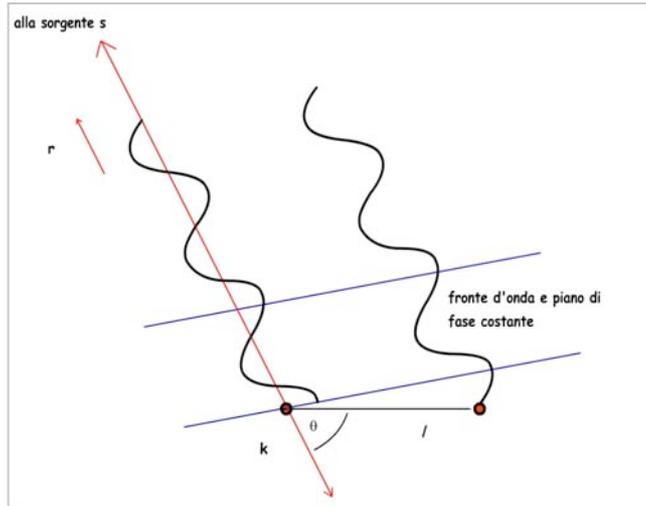


Figura 9 – Fronti d'onda che investono una coppia di antenne.

I pedici s e ij stanno a ricordare che il risultato dipende dalla sorgente e dalla coppia di antenne i e j .

Ora, in linea di principio è possibile determinare la posizione di una sorgente se si ha modo di misurare $\Delta\phi$, dato che l e λ sono noti. Ebbene, tale $\Delta\phi$ è un dato disponibile proprio perché in fase di ricezione l'algoritmo CFFT ha calcolato un valore di fase per ogni $\Delta\omega$ individuato dal sistema, al quale corrisponde una sola sorgente. Notare che il $\Delta\phi$ da inserire nella (3.1) è dato dalla differenza tra le fasi corrispondenti alla sorgente s su ciascuna antenna: non ha importanza il valore assoluto della fase calcolata dalla FFT per ogni antenna e ogni frequenza, conta solo la differenza tra due valori corrispondenti.

Tale corrispondenza $\Delta\omega_s - sorgente$ è esatta nel caso bidimensionale considerato, se si introduce la sola ipotesi di moto rigido dello strato; infatti se esso si muove a velocità costante V (positiva verso destra in fig. 8), la velocità radiale di una sorgente vista sotto un angolo θ sarà semplicemente:

$$V_{Rs} = -V \cdot \cos\theta_s. \quad (3.2)$$

Vale pertanto la corrispondenza biunivoca tra i seguenti parametri:

$$sorgente \leftrightarrow \theta_s \leftrightarrow V_{Rs} \leftrightarrow \Delta\omega_s \leftrightarrow \Delta\phi_s.$$

In definitiva, la determinazione della posizione di una sorgente è realizzata misurando le differenze di fase sulle antenne, sfruttando lo stesso effetto dell'interferenza di due onde incidenti nel medesimo punto (le antenne sono separate, ma i segnali vengono riportati nello stesso sistema ricevente); inoltre la misura delle fasi è resa possibile dallo sfruttamento dell'effetto Doppler. Per questi motivi la tecnica è chiamata *Interferometria Doppler*.

Nel caso generale di sorgenti disposte su un intero piano orizzontale, e non solo su una retta, il problema si complica. Ciò accade non tanto perché da determinare non è più solo l'angolo di altezza θ ma anche l'angolo di azimut β , ma perché la corrispondenza $sorgente \leftrightarrow velocità$ appena notata non vale più; ciò anche nel caso in cui lo strato sia animato da un unico moto rigido. In realtà la presenza di un numero molto ridotto di riflettori rivelabili rende molto improbabile che due di essi siano animati dalla stessa velocità radiale, perciò si assume che la corrispondenza sopra vista continui a valere (al posto di θ_s va considerata la coppia $\theta_s-\beta_s$).

Come è facile intuire, è possibile determinare la coppia di valori $\theta-\beta$ solo se si dispone almeno di una terza antenna, non allineata con le prime due. Trattando opportunamente le differenze di fase sulle coppie di antenne, si può riuscire a determinare anche l'angolo di azimut [Bianchi e Altadill, 2005]. La geometria che viene usata prevede quattro antenne (di tipo a telaio, anche dette a *loop*), delle quali tre poste ai vertici di un triangolo equilatero e la quarta nel suo circocentro, come in fig. 10. Si preferisce usare un'antenna in più perché ciò migliora la precisione delle misure, come si vedrà nel prossimo paragrafo.

Le formule viste in precedenza per il caso bidimensionale continuano a valere, con le opportune correzioni per estenderle al caso generale. Nella (3.1) il prodotto scalare va lasciato indicato ed esplicitato in maniera diversa per le varie coppie di antenne. Nel prossimo paragrafo sarà indicato l'algoritmo che consente di ricavare altezza e azimut a partire dalla misura delle differenze di fase sulle coppie di antenne.

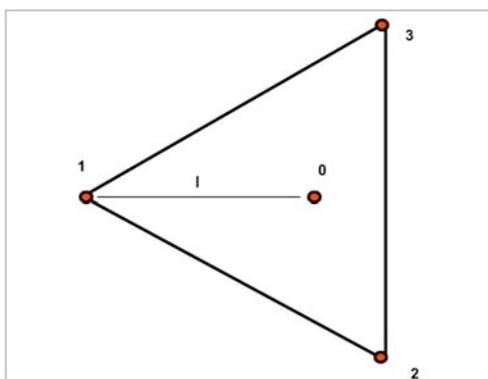


Figura 10 - Disposizione delle antenne riceventi nel caso generale tridimensionale .

La dimensione del triangolo è conseguenza della lunghezza d'onda λ impiegata nel sondaggio. Un triangolo troppo piccolo discriminerebbe poco le fasi sulle 4 antenne, viceversa in un triangolo la cui distanza tra le antenne fosse eccessiva si potrebbe avere ambiguità di fase (la distanza tra le antenne e tale da far compiere alla fase dell'onda ricevuta una rotazione superiore a 2π). Per avere idea delle dimensioni tipiche del triangolo, basta applicare la (3.1) ipotizzando una frequenza di sondaggio tra i 2 e i 15 MHz, un angolo di altezza compreso tra 50° e 85° (riflettori troppo bassi sull'orizzonte danno luogo ad echi troppo deboli, quelli sulla verticale sono quasi fermi), e una differenza di fase minima di 5° e massima di 360° . Si vede che la distanza tipica tra le antenne dovrebbe essere intorno ai 25 m. In realtà difficilmente la frequenza di sondaggio supera i 5 MHz, inoltre anche 50° sono un valore piuttosto ottimistico come altezza minima, ciò rende accettabili dimensioni maggiori, infatti la lunghezza del lato del triangolo è compresa tipicamente tra i 50 ed i 100 m.

4. Determinazione della posizione e velocità delle sorgenti

La fig. 9 può ancora essere utilizzata come ausilio anche nel caso generale di sorgenti disposte su un piano, infatti basta pensare che i vettori \mathbf{k}_s e \mathbf{l}_{ij} non giacciono su un piano verticale ma possano avere orientazione reciproca arbitraria. Il vettore \mathbf{k} ha il pedice s per indicare che dipende dalla sorgente, mentre \mathbf{l} ha i pedici ij per ricordare che varia a seconda della coppia di antenne considerate, rimanendo ovviamente sempre orizzontale. Allora si può scrivere la seguente relazione tra il modulo di \mathbf{k} e le sue componenti cartesiane (le singole componenti dipendono dalla sorgente, il modulo no, per quanto detto nel paragrafo 1):

$$|\mathbf{k}|^2 = k_{sx}^2 + k_{sy}^2 + k_{sz}^2 . \quad (4.1)$$

Si cerca dapprima la componente orizzontale di \mathbf{k} (\mathbf{k}_h), per la quale vale una relazione simile alla (3.1):

$$\Delta\phi_{sij} = \mathbf{k}_h \cdot \mathbf{l}_{ij} = k_{sx}\Delta x_{ij} + k_{sy}\Delta y_{ij} , \quad (4.2)$$

in cui le differenze di fase sono misurabili, mentre le componenti di \mathbf{l} sono note in quanto definite dalla disposizione delle antenne (nella 4.2 sono esplicitate come distanze lungo le direzioni x e y), quindi va determinata la coppia di incognite k_{sx} , k_{sy} . Il problema è risolvibile dato che, per ogni sorgente, si hanno due incognite e almeno 3 relazioni come la (4.2), quindi il sistema è sovrabbondante. Essendo sempre presenti errori nelle misure, i dati acquisiti non sono mai perfettamente collimanti, perciò per arrivare a determinare i valori di k_x , k_y con la migliore approssimazione possibile si misurano quante più differenze di fase possibili e si applica il metodo della regressione lineare, richiamato ora brevemente per comodità del lettore nel caso di interesse, in cui la retta da determinare è funzione di due variabili (Δx , Δy) mentre il termine noto è zero.

L'errore è definito dalla seguente espressione, in cui la doppia sommatoria compare perché si vuole considerare i contributi di tutte le possibili coppie di antenne (per $M=4$ antenne si hanno 6 termini):

$$\varepsilon(k_{sx}, k_{sy}) = \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M [\Delta\phi_{sji} - k_{sx}\Delta x_{ji} - k_{sy}\Delta y_{ji}]^2 . \quad (4.3)$$

Si vuole minimizzare tale errore al variare dei due parametri k_x , k_y , allora si calcolano le due derivate:

$$\frac{\partial \varepsilon(k_{sx}, k_{sy})}{\partial k_{sx}} = -2 \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M (\Delta \phi_{sji} - k_{sx} \Delta x_{ji} - k_{sy} \Delta y_{ji}) \cdot \Delta x_{ji} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon(k_{sx}, k_{sy})}{\partial k_{sy}} = -2 \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M (\Delta \phi_{sji} - k_{sx} \Delta x_{ji} - k_{sy} \Delta y_{ji}) \cdot \Delta y_{ji} ,$$

che, uguagliate a zero portano alle equazioni:

$$k_{sx} \cdot \sum \sum \Delta x_{ji}^2 + k_{sy} \cdot \sum \sum \Delta x_{ji} \Delta y_{ji} = \sum \sum \Delta \phi_{sji} \Delta x_{ji} \quad (4.5)$$

$$k_{sx} \cdot \sum \sum \Delta x_{ji} \Delta y_{ji} + k_{sy} \cdot \sum \sum \Delta y_{ji}^2 = \sum \sum \Delta \phi_{sji} \Delta y_{ji} .$$

Tale sistema può essere riscritto in una forma compatta che fa uso delle matrici, ponendo per definizione:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{sx} \\ k_{sy} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \sum \sum \Delta \phi_{sji} \cdot \Delta x_{ji} \\ \sum \sum \Delta \phi_{sji} \cdot \Delta y_{ji} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum \sum \Delta x_{ji}^2 & \sum \sum \Delta x_{ji} \cdot \Delta y_{ji} \\ \sum \sum \Delta x_{ji} \cdot \Delta y_{ji} & \sum \sum \Delta y_{ji}^2 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Si noti come la matrice \mathbf{A} sia caratterizzata solo dalla disposizione delle antenne. Ciò posto, il sistema di cui alla (4.5) si scrive semplicemente:

$$\mathbf{A} \mathbf{K} = \mathbf{\Theta}, \quad (4.9)$$

che si risolve per l'incognita \mathbf{K} :

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{\Theta}. \quad (4.10)$$

Per risolvere il sistema bisogna calcolare il determinante di \mathbf{A} , e la sua matrice inversa:

$$|\mathbf{A}| = (\sum \sum \Delta x_{ji}^2) \cdot (\sum \sum \Delta y_{ji}^2) - (\sum \sum \Delta x_{ji} \cdot \Delta y_{ji})^2, \quad (4.11)$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \begin{bmatrix} \sum \sum \Delta y_{ji}^2 & - \sum \sum \Delta x_{ji} \cdot \Delta y_{ji} \\ - \sum \sum \Delta x_{ji} \cdot \Delta y_{ji} & \sum \sum \Delta x_{ji}^2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

In definitiva, i valori cercati sono dati dalle seguenti:

$$k_{sx} = \frac{\sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta y_{ji}^2 \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta \phi_{sji} \cdot \Delta x_{ji} - \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta x_{ji} \Delta y_{ji} \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta \phi_{sji} \cdot \Delta y_{ji}}{|\mathbf{A}|} \quad (4.13)$$

$$k_{sy} = \frac{\sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta x_{ji}^2 \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta \phi_{sji} \cdot \Delta y_{ji} - \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta x_{ji} \Delta y_{ji} \cdot \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=j+1}^M \Delta \phi_{sji} \cdot \Delta x_{ji}}{|\mathbf{A}|}$$

Le (4.13) consentono finalmente di determinare la prima delle variabili di posizione, cioè l'angolo di azimut β : ricordando che esso viene definito come l'angolo, misurato sul piano orizzontale, in senso orario a partire dalla direzione nord, basta associare all'asse x la direzione S→N (da sud a nord) e all'asse y la direzione W→E (e all'asse z la verticale verso il basso). In tale sistema di riferimento si ha semplicemente:

$$\beta_s = \arctan\left(\frac{k_{sy}}{k_{sx}}\right). \quad (4.14)$$

Per determinare l'angolo di altezza θ , prima si ricava la componente verticale k_{sz} dalla (4.1), quindi:

$$\theta_s = \arcsin \frac{|\mathbf{k}|}{k_{sz}}. \quad (4.15)$$

La conoscenza della posizione delle sorgenti consente ora la determinazione anche delle componenti della velocità, nella ipotesi, già introdotta nel paragrafo 3, che lo strato esaminato sia animato da moto rigido di velocità \mathbf{V} di intensità e direzione incognite. Il problema è formalmente simile al precedente, dove, al posto della relazione (4.2) va considerata la (1.3), infatti a primo membro vi sono le frequenze Doppler misurabili, e al secondo le incognite V_x, V_y, V_z , mentre sono note le componenti k_x, k_y, k_z . L'errore da definire è il seguente:

$$\varepsilon(V_{sx}, V_{sy}, V_{sz}) = \sum_{s=1}^N \left(f_{Ds} + \frac{\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{V}}{\pi} \right)^2. \quad (4.16)$$

Rispetto alla (1.3) si è eliminato il pedice s da \mathbf{V} , dato che la si ipotizza uguale per tutte le sorgenti. Notare anche come ora la sommatoria non vada estesa alle antenne, bensì al numero totale di sorgenti, che equivale al numero di frequenze N risolte dal sistema (anche se poi in realtà molti termini della sommatoria vanno in pratica trascurati, se ad essi non corrisponde una sorgente significativa). Applicando il metodo come nel caso precedente si arriva alla stima delle componenti di \mathbf{V} ; il calcolo in questo caso è più complesso perché le matrici hanno ora dimensione 3 e non 2 come nel caso precedente.

L'ipotesi di moto rigido non è sempre verificata, perciò il risultato potrebbe non avere un reale significato fisico. Volendo affinare la tecnica di misura, il passo successivo consisterebbe nella considerazione di un modello di strato ionosferico più complesso, come in [Scali, 1993]. Vengono considerati gruppi (*cluster*) di sorgenti, anch'essi trattabili in termini statistici. Tali studi vanno oltre gli scopi del presente lavoro.

5. Alcune considerazioni sull'acquisizione dei segnali in un sistema interferometrico

Questo paragrafo conclusivo contiene alcune considerazioni sul modo di realizzare in pratica l'acquisizione dei segnali in un sistema interferometrico che si basi sui principi teorici introdotti finora [DPS-4 Operating Manual, 1997]. Un possibile schema a blocchi di principio per un tale sistema è riportato in fig. 11.

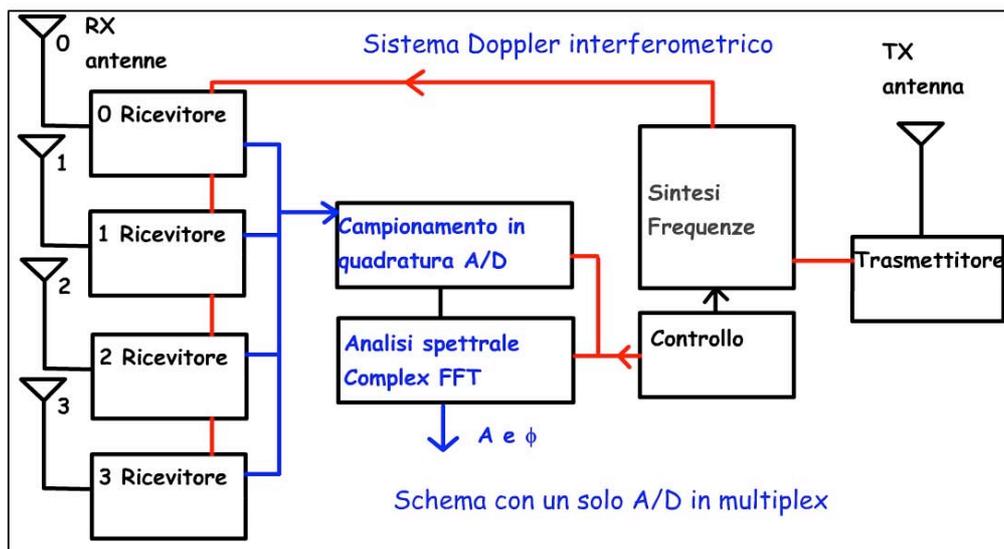


Figura 11– Sistema interferometrico con ADC unico connesso in sequenza a 4 ricevitori.

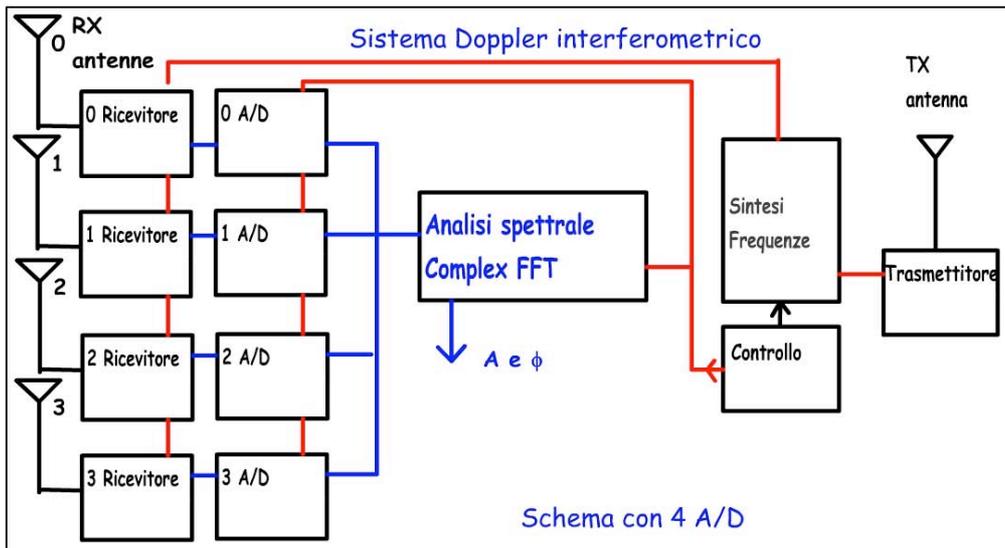


Figura 12 – Sistema interferometrico con quattro ADC:
la differenza di fase è solo dovuta alla distanza tra le antenne.

Come si vede dallo schema, vi sono quattro ricevitori collegati ciascuno ad una delle quattro antenne. In uscita il segnale viene campionato sulle componenti in quadratura I e Q; il campionario però è uno solo, e viene collegato in sequenza a ciascun ricevitore. Per risparmiare sul costo dei ricevitori si potrebbe pensare ad un sistema semplificato che impiega un solo ricevitore collegato in sequenza alle antenne da uno *switch* d'antenna, tecnica già adottata nelle ionosonde della Lowell University, Digisonde 128PS e 256, intorno all'inizio degli anni '80. In entrambi i casi il campionamento non è mai simultaneo sul segnale delle quattro antenne e vi può essere un piccolo errore di fase dovuto al differente tempo di attivazione dell'antenna.

Per evitare tale problema si deve adottare uno schema più complesso, ma concettualmente più semplice, che prevede l'impiego di quattro ricevitori, ciascuno con un proprio ADC, che si attivano simultaneamente sullo stesso impulso trasmesso. La fig. 12 mostra il relativo diagramma a blocchi. Questa è sicuramente la soluzione meno problematica da un punto di vista concettuale poiché, tra l'altro, il tempo totale di scansione T fissa anche la risoluzione della FFT.

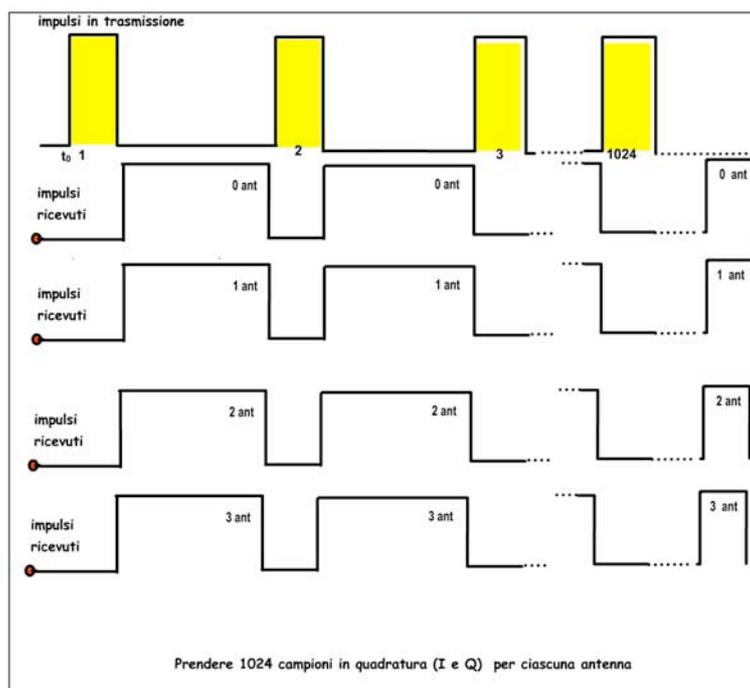


Figura 13 - Sequenza temporale di abilitazione delle antenne nel sistema di fig.12.

I diagrammi temporali di attivazione delle varie antenne potrebbero avere l'andamento semplice di fig. 13; si noti che i ricevitori sono abilitati per tutto il tempo tra due impulsi trasmessi consecutivi. In tale caso il rapporto S/N non è ottimale, dato che l'eco è presente solo in un piccolo intervallo all'interno del tempo di ricezione. Per migliorare il rapporto S/N si deve aprire la finestra temporale di ricezione solo nel preciso momento di arrivo dell'eco, cosa possibile conoscendo in anticipo le distanze minima e massima (R_{min} , R_{max}). Lo schema temporale di attivazione delle antenne allora si modifica come in fig. 14, dove l'intervallo di apertura del ricevitore τ è dato da:

$$\tau = 2(R_{max} - R_{min})/c . \quad (5.1)$$

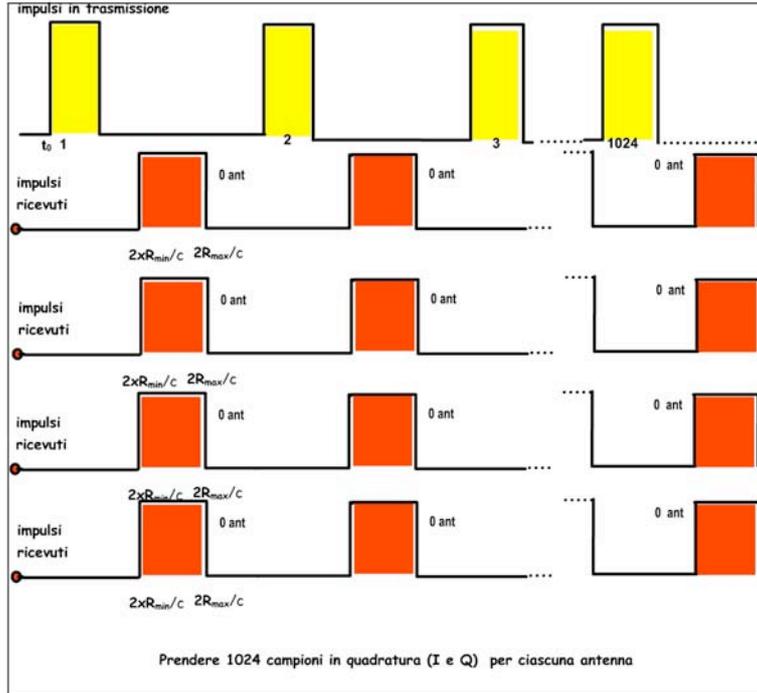


Figura 14 - Sequenza temporale di abilitazione delle antenne scegliendo una opportuna finestra di ricezione.

Per maggiori dettagli si rimanda all'appendice B. Per ora, per fare un esempio, si ammetta di voler eseguire l'analisi Doppler per una sola frequenza di sondaggio e di inviare un segnale non codificato formato da una sequenza di 1024 impulsi di durata τ (come in fig. 14). Il tempo τ in realtà non varia molto e, compatibilmente con le geometrie in gioco, può essere assunto come costante. Le antenne riceventi andrebbero attivate dopo un tempo $\tau_1 = 2R_{min}/c$ per una durata τ a partire dall'impulso trasmesso t_0 (vedi fig. 15). Sia τ_2 il tempo intercorrente tra la chiusura del ricevitore e la trasmissione dell'impulso successivo. Ricordando che la risoluzione in frequenza della FFT è data dal reciproco del tempo totale di osservazione, nel nostro caso si avrà:

$$\Delta\omega = 2\pi / [1024 \cdot (\tau_1 + \tau + \tau_2)] . \quad (5.2)$$

Si può allora prendere un campione (doppio: I e Q) per ogni impulso trasmesso, fino a raggiungere 1024 campioni per ciascuna delle 4 antenne. Si possono attuare strategie volte ad aumentare il rapporto segnale rumore, prendendo più di un campione per ogni intervallo di ricezione; di ciò si parla alla fine del paragrafo.

Se si immagina di trovarsi in un contesto per cui $R_{min} = 200 \text{ km}$, mentre $R_{max} = 300 \text{ km}$; in tal caso si ha $\tau = 0.667 \text{ ms}$, $\tau_1 = 1.333$ (τ_1 include la durata dell'impulso di trasmissione). Ponendo $\tau_2 = 2.0 \text{ ms}$, la durata complessiva del sondaggio arriva a 4.096 s; essa corrisponde ad una risoluzione in frequenza non buona (0.24 Hz circa). In realtà il vincolo su τ_2 è debole, infatti non vi sono vincoli che impongono di emettere l'impulso successivo così vicino al precedente; dunque è possibile allungare τ_2 in modo da estendere il sondaggio fino alle decine di secondi, solo così si arriva a raggiungere una risoluzione Doppler tale da consentire di osservare fenomeni aventi velocità di qualche m/s.

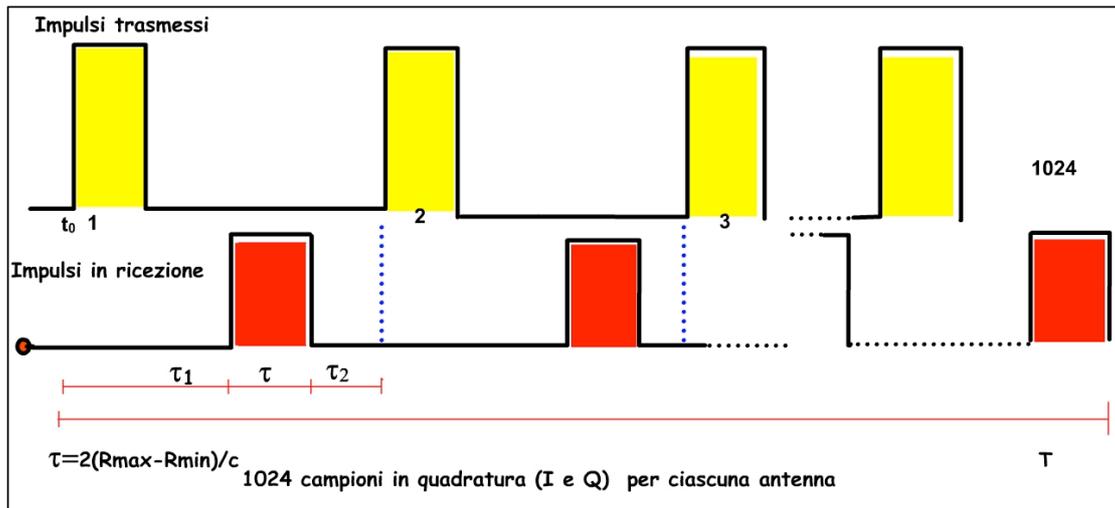


Figura 15 – Dettaglio della sequenza temporale della fig. 14 (relativo ad una sola antenna).

Allora si parte dalla risoluzione in frequenza richiesta, quindi il tempo di sondaggio, e si calcoli il valore di τ_2 . Sia ad esempio la risoluzione di 0.04 Hz ($\Delta\omega = 0.25 \text{ rad/s}$), essa impone un tempo di osservazione di circa 25 s, cosa che a sua volta impone di portare τ_2 da 2 a 22 ms. Il tempo “morto” prima della trasmissione successiva potrebbe essere utilmente sfruttato per effettuare altri sondaggi a diverse frequenze (quindi sorgenti ad altezze diverse), infatti tali sondaggi sarebbero del tutto “trasparenti” l’uno per l’altro.

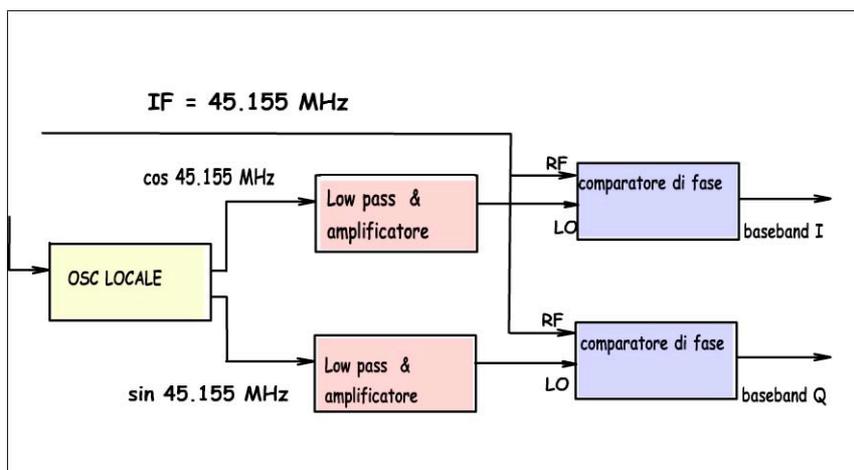


Figura 16 – Uscita del ricevitore per campionamento in banda base.

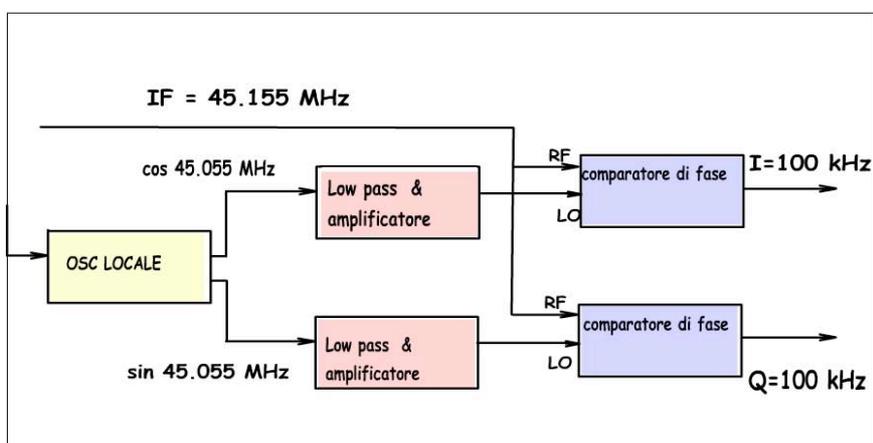


Figura 17 - Uscita del ricevitore per campionamento sull’ultima IF.

Una volta stabiliti i tempi di campionamento per le coppie di valori I e Q, va operata una scelta anche sul segnale da campionare. Esistono due soluzioni praticabili, la prima consiste nel campionare il segnale in banda base, come in fig. 16; la seconda nel campionare il segnale RF sull'ultima IF, come in fig. 17, dove l'ultima IF è 100 kHz.

Se, come si è accennato, si vogliono integrare più campioni nell'intervallo di tempo τ , ciò è facilmente realizzabile. Se si esegue un campionamento con una frequenza f_c , durante il tempo τ dato dalla (5.1) si ottiene un numero I_{nc} di campioni acquisiti dato da:

$$I_{nc} = \tau \cdot f_s \quad (5.3)$$

Si dimostra che l'integrazione (incoerente) porta ad un guadagno sul rapporto segnale – rumore dato da:

$$G_{S/N} = \int_0^{\tau} A(t) dt = \sum_{s=1}^{I_{nc}} \frac{A_s}{I_{nc}} = \sqrt{I_{nc}} \quad (5.4)$$

dove $A(t)$ il segnale che contiene anche il rumore, A_s un suo campione discreto.

6. Conclusioni

Una nuova ionosonda, in grado di effettuare una rilevazione del plasma in movimento nella ionosfera basandosi sulla tecnica della interferometria Doppler, è in corso di progettazione presso l'INGV.

Questo lavoro ha trattato vari temi, sia concettuali che applicativi, utili per l'implementazione della misura di interferometria Doppler. La trattazione è stata in molti punti volutamente semplificata, per facilitare la comprensione anche da parte di chi non avesse approfondite conoscenze pregresse sulla tecnica radar e analisi del segnale, mettendolo in grado di entrare nel vivo delle conoscenze necessarie per la progettazione e gestione della nuova ionosonda.

Il lettore attento avrà notato l'assenza di approfondimenti teorici su alcuni temi pur tuttavia importanti. Tra essi, ad esempio, la caratterizzazione delle sorgenti in presenza della situazione generale descritta dalle (1.6 e 1.7). Altro tema è lo studio delle conseguenze della non applicabilità della ipotesi fondamentale che esista corrispondenza biunivoca tra sorgenti e velocità doppler rilevate; tale evenienza provoca errori nella determinazione delle proprietà delle sorgenti, che andrebbero trattati con metodi statistici. Tali studi, pur importanti dal punto di vista teorico, sarebbero però andati oltre lo scopo di un semplice rapporto tecnico, che è quello di fornire le basi concettuali per la progettazione del sistema e lo sviluppo degli algoritmi di calcolo delle posizioni e velocità delle sorgenti. Alcuni approfondimenti sono possibili consultando quanto riportato in bibliografia.

Appendice A – Considerazioni sulla identificazione delle sorgenti senza effetto Doppler

Il discorso svolto nel corpo principale del lavoro è stato volutamente semplificato, al fine di portare il lettore rapidamente alla comprensione di come si possa implementare la tecnica dell'interferometria Doppler. Una trattazione approfondita della teoria generale della rivelazione della posizione di riflettori nello spazio andrebbe oltre gli scopi di un rapporto tecnico, tuttavia si sono volute raccogliere in questa appendice alcune considerazioni utili per capire perché la tecnica descritta è l'unica praticamente utilizzabile.

In effetti, un lettore attento e conoscitore delle basi teoriche di funzionamento del radar potrebbe chiedersi il motivo per cui sia stato applicato un metodo che certo è elegante, ma non altrettanto immediato come applicabilità. Ci si può chiedere se sarebbe stato possibile applicare qualche altro metodo, ed arrivare alla soluzione in maniera più diretta. Ebbene, se per "più diretta" si intende una strada concettualmente più semplice, la risposta potrebbe anche essere affermativa; il guaio è che le conseguenze pratiche, a livello di implementazione tecnologica, sono tali da renderla proibitiva.

Si immagini di voler sfruttare l'eco di un impulso trasmesso, senza tenere in considerazione l'effetto Doppler. In realtà le relazioni scritte mantengono la loro validità; in particolare la (2.3), nella quale si può trascurare la ω_{Ds} perché, come si è già detto altre volte, in realtà la componente Doppler è estremamente piccola rispetto alla portante. Il termine di fase porta invece un'informazione relativa alla generica sorgente

s, pertanto la sua misura può fornire informazioni sulla posizione. In questa sede non si porteranno avanti i calcoli, i quali peraltro sono piuttosto semplici, dato che consistono nell'applicazione della geometria elementare.

Se è presente una sola sorgente e iniziando l'esame dal caso bidimensionale descritto in fig. 8, la (3.1) mantiene la sua validità: si tratta di misurare la differenza di fase con cui il segnale arriva alle due antenne. Nel momento in cui si passi al caso tridimensionale la (3.1) va estesa, ed assume la forma seguente:

$$\Delta\phi_{ij} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l_{ij} \cdot \cos\beta_s \cdot \cos\vartheta_s \quad (A.1)$$

La (A.1) non fa altro che rendere esplicito ciò che già si poteva intuire: non bastano più due sole antenne ($i=1, j=2$). Le incognite infatti sono diventate due, perciò, per risolvere il problema, è necessario aggiungere un'equazione, cosa che significa disporre di un'altra antenna.

Il discorso diviene via via più complicato quando si aggiungono altre sorgenti alla prima. Su ogni antenna infatti si presenteranno più sinusoidi provenienti dalle varie sorgenti, ed esse andranno a sommarsi. Nell'ipotesi semplificatrice che le ampiezze siano uguali, si potrebbe vedere che la misura delle differenze di fase non sarebbe più sufficiente per risolvere un sistema in cui il numero di incognite aumenta di due per ogni sorgente aggiunta (un azimut ed un'elevazione). Allora, per tentare di risolvere il sistema bisognerebbe disporre di più equazioni, cioè più antenne. Per N riflettori da identificare il numero di antenne cresce come $2N+1$. Si vede che, anche se i riflettori non fossero tantissimi, diciamo una ventina, il numero di antenne necessarie crescerebbe in maniera spropositata. A questo problema si aggiunge l'ipotesi delle ampiezze uguali dei segnali provenienti dalle varie sorgenti, cosa in generale non verificata.

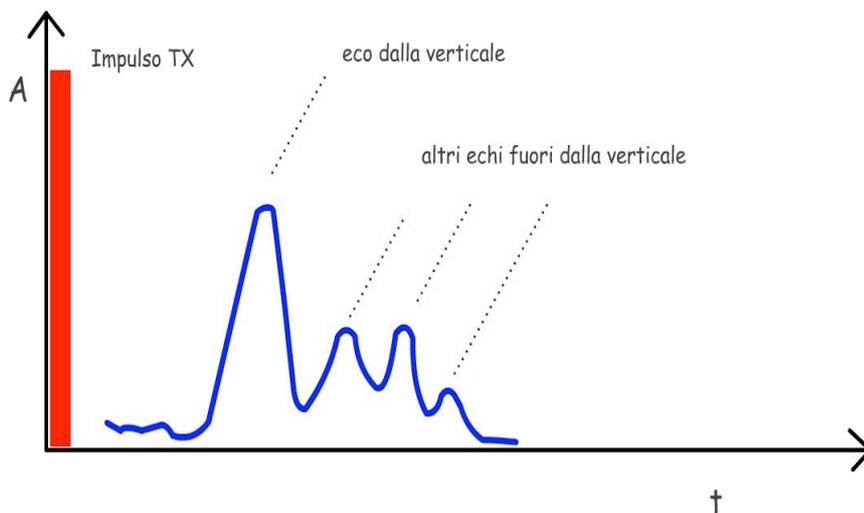


Figura 18 - Echi da riflettori multipli.

Se si disponesse di un radar ad alta risoluzione, si potrebbe pensare di sfruttare le informazioni di distanza che esso renderebbe disponibili per diminuire il numero di antenne. Fino ad ora infatti, si è pensato di sfruttare solo l'informazione sulla fase della portante, ma non si è fatta alcuna ipotesi sulla banda del segnale radar. Se però si disponesse di un sistema che isoli nell'eco i contributi delle sorgenti che si trovano alla stessa distanza da quelli a distanze diverse, si potrebbe fare un passo avanti.

La fig. 18 mostra una ipotetica traccia di un radar capace di identificare, nella coda dell'eco, gli echi provenienti da direzioni diverse dalla verticale. Si noti come, a diverse distanze, corrispondano diversi angoli di elevazione θ , perciò prelevare nell'eco segmenti temporali contigui e trattarli separatamente, equivale ad isolare, nello strato ionosferico esaminato, delle corone circolari corrispondenti agli intervalli di distanza nel dominio del tempo. Una volta isolata una di queste corone circolari, ad essa risulta associato un θ , quindi degli eventuali riflettori presenti su detta corona rimarrà da determinare solo l'azimut. Purtroppo anche in questa evenienza, il numero di antenne continua ad essere alto: proporzionale a $N+1$, meno di prima ma pur sempre troppe.

In ogni caso, un sistema ad alta risoluzione riuscirebbe a competere con il sistema Doppler? È possibile fare una semplice stima delle prestazioni dei due sistemi, osservando la fig. 19, che schematizza una situazione semplificata, simile a quella di fig. 8, bidimensionale, e in cui si immagina una velocità dello strato puramente orizzontale e costante.

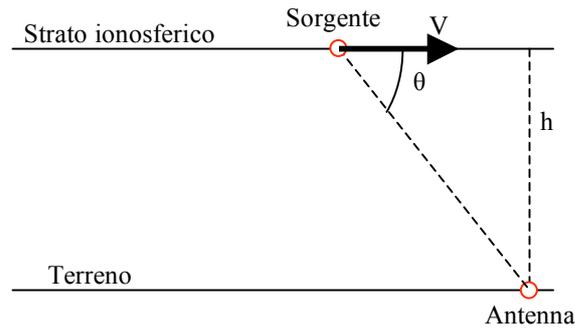


Figura 19 – Semplice geometria per il calcolo della risoluzione.

Ricordando le formule fondamentali del radar, applicandole alla situazione della figura si giunge alla seguente, che mette in relazione l'angolo di altezza θ al tempo di ritardo τ in un radar che misuri la distanza a partire da τ :

$$\tau = \frac{2h}{c \cdot \sin(\theta)}; \quad (\text{A.2})$$

mentre la successiva mette in relazione θ allo spostamento Doppler:

$$\cos(\theta) = -\frac{c \cdot f_D}{2f_0 \cdot V}. \quad (\text{A.3})$$

Ora si introducano nelle (A.2 e A.3) valori tipici per i sondaggi ionosferici: $h = 250 \text{ km}$, $V = 50 \text{ m/s}$, $f_0 = 5 \text{ MHz}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Se ora si immagina che vi siano due sorgenti vicinissime, stessa velocità V , ma θ diverso, la Doppler risulterà diversa; ci si chiede quale angolo riesce a risolvere un sistema con capacità di discriminare Doppler differenti fino a 0.05 Hz, alla portata della tecnologia attuale. Qualche semplice calcolo applicando la (A.3) porta a differenze in θ dell'ordine di 1.7-2° (dipende dal valore assoluto di θ , da 90° a 60°).

Se adesso si va a calcolare con la (A.2) a quanto corrispondono tali differenze di θ , in termini di ritardi τ , si arriva a tempi variabili da un massimo di 40 μs (per $\theta=60^\circ$) ad un minimo di 0.7 μs (per $\theta=90^\circ$). Orbene, se 40 μs non rappresentano un problema, una risoluzione dell'ordine di 1 μs è al di là delle possibilità delle più moderne ionosonde (fra l'altro, tale necessità in termini di risoluzione si raggiunge proprio in vicinanza della verticale, quando vi sono maggiori probabilità di rivelare echi).

Questi semplici calcoli se non dimostrano, giustificano il motivo per cui è stata percorsa la strada della interferometria Doppler al fine di effettuare la mappatura ionosferica: una tecnologia alternativa, basata sull'analisi dell'eco nel dominio del tempo, non solo richiederebbe un numero elevato di antenne, ma rischierebbe di non riuscire a competere in termini di risoluzione con l'analisi nel dominio della frequenza.

Appendice B – Confronto tra analisi della distanza e velocità

In questa appendice sono richiamati alcuni concetti che dovrebbero essere già noti al lettore, tuttavia è parso utile raccogliergli, anche per mettere in evidenza il parallelismo tra l'elaborazione tendente ad estrarre dati di posizione e quelli di velocità. Per approfondimenti si può consultare un testo di teoria delle comunicazioni, come ad esempio [Carlson, 1986].

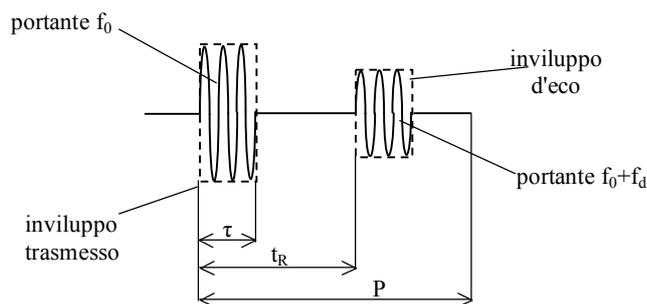


Figura 20a – Impulsi generici Tx- Rx nel dominio del tempo.

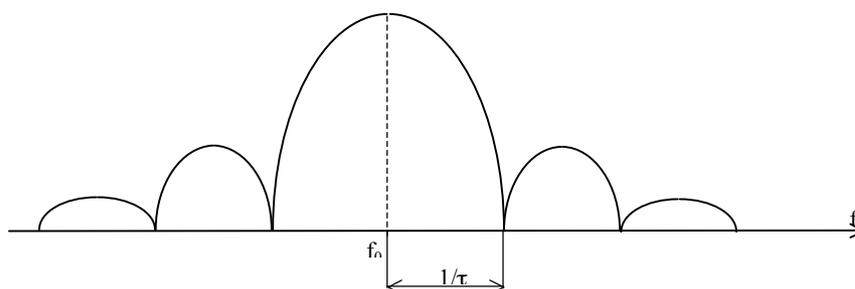


Figura 20b – Il segnale della parte a nel dominio della frequenza (modulo della trasformata di Fourier del solo impulso trasmesso).

Intanto in fig. 20 è rappresentato un segnale generico nel dominio del tempo e della frequenza, con i parametri che lo caratterizzano. Lo spettro della parte b della figura si riferisce al segnale trasmesso; quello del segnale ricevuto è molto simile, con le seguenti modifiche:

- è centrato attorno a $f_0 + f_d$ (f_d spostamento Doppler);
- è alterato in ampiezza alle varie frequenze in maniera dipendente dal tipo di riflessione subita; potrebbe anche non essere più simmetrico attorno ad f_0 , cosa che comporta un segnale complesso in banda base (componenti I e Q);
- è alterato in fase in maniera lineare, a seconda del ritardo subito t_R .

Formule di base per la determinazione dei parametri

Distanza: $h = \frac{c}{2} \cdot t_R$

In questo caso serve determinare t_R nella maniera migliore

Velocità: $v_r = -\frac{c}{2} \cdot \frac{f_d}{f_0}$

In questo caso serve determinare f_d nella maniera migliore

Risoluzione

Serve una banda larga, che corrisponde ad un impulso corto nel tempo, ideale se $\tau \rightarrow 0$. L'impulso può essere allungato (codificato), ma diventa stretto dopo la decodifica (compressione). Se l'impulso (vero o dopo compressione) è rettangolare e lungo τ , la risoluzione vale:

$\Delta t = \tau$

Serve una banda stretta, che corrisponde ad un lungo intervallo di osservazione nel tempo. La banda è determinata dal tempo di osservazione. L'ideale sarebbe disporre di un impulso con $\tau \rightarrow \infty$. Se τ è finito la risoluzione in frequenza non può migliorare oltre la banda (che si può porre approssimativamente uguale a $2 / \tau$ attorno alla portante, ma in banda base è $1 / \tau$):

$\Delta f = \frac{1}{\tau}$

Le due esigenze sono antitetiche e per semplificare il sistema radar si dà la priorità ad una sola delle due. Tuttavia nello studio della ionosfera nulla impedisce di determinare distanze e velocità in momenti diversi, sfruttando le informazioni ottenute in un primo tempo (es. distanza) per migliorare la determinazione del secondo parametro (es. velocità). Per vari motivi tecnici non è inoltre possibile inviare un'onda di durata eccessiva, perciò in entrambe le analisi bisogna basarsi su impulsi più o meno lunghi, da inviare periodicamente, integrando opportunamente gli echi. Lo schema generale per le analisi di distanza e velocità è allora come quello riportato poco oltre, con i vari parametri che vanno cambiati a seconda di ciò che si vuole determinare. Prima però è opportuno ricordare che succede durante l'acquisizione.

Ipotizziamo di disporre di un segnale continuo di durata P e banda W . Esso deve essere acquisito tramite campionamento ed in seguito se ne vuole determinare lo spettro. Il teorema del campionamento impone che la frequenza di campionamento f_c sia almeno pari a:

$$f_c \geq 2W,$$

ciò significa che la frequenza di campionamento non è determinata strettamente dalla risoluzione; ad esempio, nel caso dell'impulso di durata τ prima visto, dato che la banda è approssimativamente pari a $W \approx 1/\tau$, all'interno di ogni impulso cadono almeno due campioni (in realtà, per avere margini si aumenta f_c e di campioni se ne prendono di più).

Quando si cerca di determinare lo spettro, si usano vari algoritmi, dei quali il più usato è la FFT. Indipendentemente dall'algoritmo, vi sono alcune proprietà che devono essere rispettate. La prima è che lo spettro viene replicato attorno alla frequenza di campionamento f_c . In presenza di un segnale reale però, i valori della trasformata per $0 < f < f_c/2$ sono uguali a quelli per $f_c/2 < f < f_c$ (sia pure con l'asse delle frequenze ribaltato). Quindi, in presenza di segnale reale, bastano solo i valori calcolati per $0 < f < f_c/2$, in presenza di segnale complesso, servono tutti i valori per $0 < f < f_c$.

La seconda proprietà impone all'algoritmo di prendere un certo numero di campioni nel tempo e generarne altri nel dominio della frequenza; essi però devono rappresentare numeri complessi, anche se il segnale di partenza è reale. Ciò impone dei vincoli al numero dei campioni che devono essere determinati, e quindi anche alla distanza tra essi. Quanto segue, anche se non è una dimostrazione matematica, tuttavia fornisce una giustificazione teorica sul numero dei campioni occorrenti, basata sulla teoria dell'informazione. Se ogni campione viene quantizzato con lo stesso numero di bit (es. n), serve la stessa quantità di informazione per descrivere ogni campione. Se i campioni nel dominio del tempo sono N , il segnale nella sua interezza viene completamente descritto da nN bit. Ora, la rappresentazione nel dominio della frequenza è identica a quella nel dominio del tempo, pertanto serve lo stesso numero di bit nN per descrivere il segnale, solo che, essendo i campioni complessi, il numero di coppie deve essere $N/2$. In definitiva si avranno (si trascurano i dettagli legati al numero pari o dispari dei campioni):

<p>nel dominio del tempo: N campioni reali nel tempo P;</p> <p>quindi deve essere:</p>	<p>nel dominio della frequenza: $N/2$ campioni complessi nella banda W;</p> <p>se chiamo δf la distanza tra i campioni in frequenza, i campioni nel tempo corrispondono a:</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$\frac{P}{N} = \frac{1}{f_c}$$

$$\frac{W}{N/2} = \delta f$$

Trovando N dalla prima e sostituendo nella seconda: $\delta f = \frac{2W}{Pf_c}$; se $f_c = 2W$, si ha esattamente $\delta f = 1/P$, se f_c

è maggiore i campioni in frequenza si avvicinano di conseguenza.

Se il segnale di partenza è complesso, caratterizzato dalla parte reale ed immaginaria I e Q , i campioni nel tempo raddoppiano ($2N$), così come quelli in frequenza a causa della banda doppia (fino a f_c anziché $f_c/2$), ma la distanza tra i campioni nel tempo e nella frequenza non varia.

A questo punto si possono confrontare le analisi della distanza e della velocità. Si può usare lo stesso schema per entrambe le analisi (fig. 21), solo con un diverso modo di acquisire i dati. Per l'analisi con alta risoluzione in distanza, dopo riduzione in banda base, si campiona ad alta frequenza per un breve periodo ($P \approx T$). Lo spettro è a righe, troppo distanti per poter essere sfruttati per l'analisi delle velocità.

Per l'analisi ad alta risoluzione in velocità invece si campiona a bassa frequenza per un lungo periodo; il lungo periodo di osservazione assicura una vicinanza delle righe dello spettro tale da raggiungere la

risoluzione richiesta in velocità. La bassa frequenza di campionamento non consente invece una buona risoluzione in distanza.

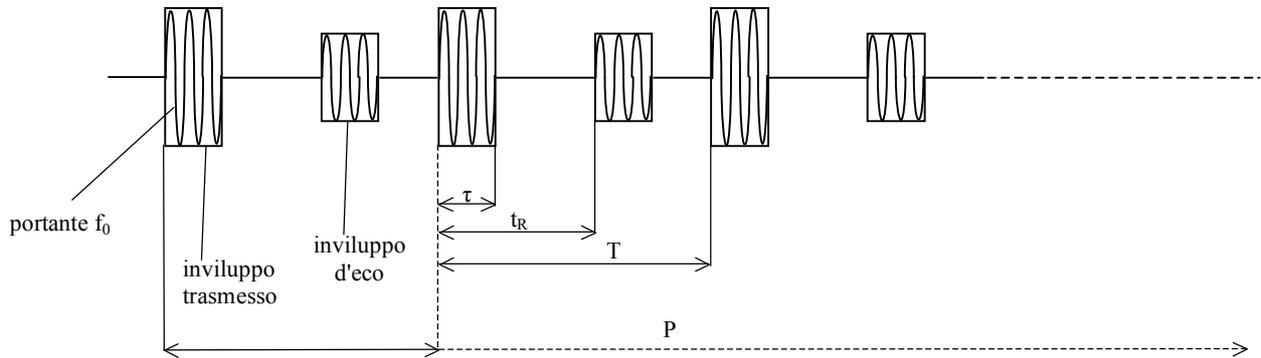


Figura 21 - Schema trasmissione – ricezione.

Su quest'ultimo punto è importante una precisazione. Se campiamo a bassa frequenza, ad esempio proprio con $T_c = T$, come detto nel paragrafo 5, si rischia di non ricevere un segnale utilizzabile per un rapporto segnale rumore troppo basso. Da un punto di vista fisico questo si spiega perché l'eco arriva dopo un tempo t_r perciò se si vuole riceverla è necessario conoscere tale tempo e sincronizzare il campionamento di conseguenza. Ciò rende necessaria una preventiva esplorazione ad alta risoluzione in distanza. D'altro canto, l'insieme degli echi può essere già pensato (fig. 22a) come una sorta di campionamento di un segnale continuo sottostante (portante affetta da doppler o, dopo riduzione in banda base, solo la frequenza doppler). Quando si va a campionare tale segnale in maniera perfettamente sincrona, non si effettua matematicamente una seconda operazione, allo stesso modo di ciò che accadrebbe se si ponessero due ADC in cascata pilotati dallo stesso segnale di controllo.

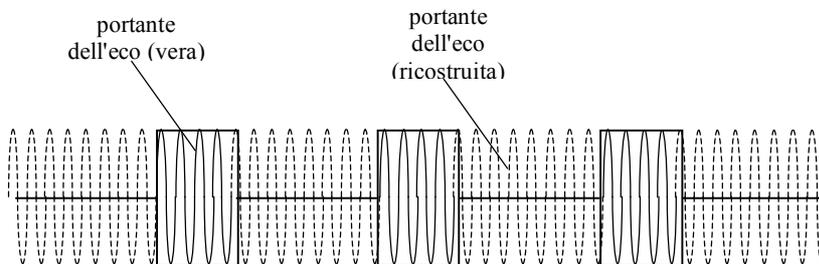


Figura 22a - Effetto del campionamento (dominio del tempo).

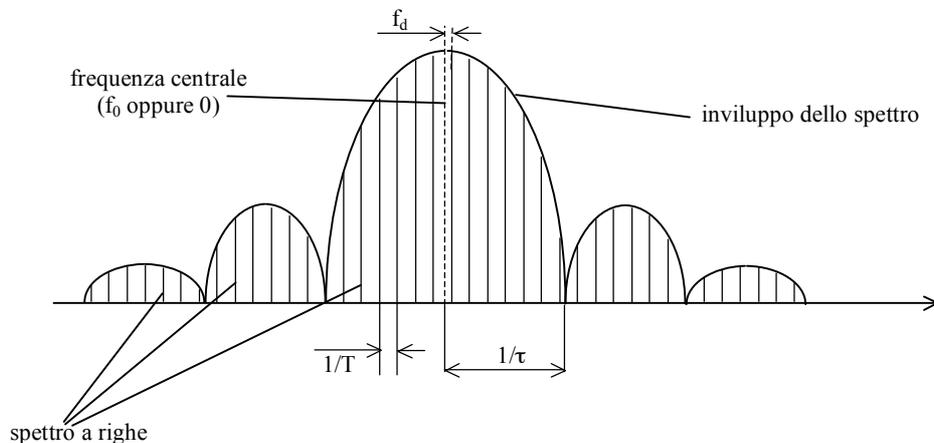


Figura 22b - Effetto del campionamento (dominio della frequenza).

Lo spettro calcolabile effettuando una FFT sui campioni all'uscita dell'ADC, quindi, è come quello riportato in fig. 22b, ove le righe sono spostate di una quantità proporzionale alla componente doppler f_d . È da notare che l'involuppo che rende non costante l'ampiezza delle righe non disturba la determinazione della doppler, dato che in realtà basta osservare solo la riga più vicina al centro della banda. La posizione della prima riga (che in figura è spostata leggermente a destra) si può determinare con la richiesta risoluzione se i parametri di campionamento sono stati scelti oculatamente.

Ciò detto, finalmente nella tabella sottostante sono riportati i criteri di valutazione dei parametri per le due analisi.

ANALISI DELLA DISTANZA

Il tempo di osservazione, essendo $\tau \ll T$ è:

$$P = T - \tau \cong T$$

Si deve campionare con $f_c > 2/\tau$ (es. $f_c = 3/\tau$)

Lo spettro campionato è discreto con righe distanti
 $\delta f \cong 1/T$

Un insieme di valori per i parametri potrebbe essere:

- durata dell'impulso $\tau = 30 \mu\text{s}$ (risoluzione tempo)
- periodo di ripetizione impulsi $T \cong 17 \text{ ms}$
- banda (teorica) $W \cong 33 \text{ kHz}$
- intervallo campionamento $T_c = 10 \mu\text{s}$
- tempo di osservazione $P \cong 10 \text{ ms}$
- risoluzione in frequenza $\delta f = 100 \text{ Hz}$
- risoluzione spaziale (teorica) $\Delta h = 4.5 \text{ km}$
- risoluzione in velocità (per $f_0 = 5 \text{ MHz}$) $\Delta v = 3000 \text{ m/s}$

La risoluzione in distanza è ottima, quella in velocità inservibile.

ANALISI DELLA VELOCITÀ

Il tempo di osservazione deve essere:

$$P \gg T \text{ (es. } P = 3000 T)$$

Si campiona con $f_c = T$

Lo spettro campionato è discreto con righe distanziate di $\delta f = 1/P$

Un insieme di valori per i parametri potrebbe essere:

- durata dell'impulso $\tau = 100 \mu\text{s}$
- periodo di ripetizione impulsi $T \cong 5 \text{ ms}$
- banda $W = 10 \text{ kHz}$ (larghezza dell'involuppo)
- intervallo campionamento $T_c = T = 5 \text{ ms}$
- tempo di osservazione $P \cong 15 \text{ s}$
- risoluzione in frequenza $\delta f = 0.067 \text{ Hz}$
- risoluzione spaziale (senza significato) $\Delta h = 15 \text{ km}$
- risoluzione in velocità (per $f_0 = 5 \text{ MHz}$) $\Delta v = 2 \text{ m/s}$

In questo caso la risoluzione in velocità è buona, quella in distanza non ha significato, dato che essa è presunta nota.

Bibliografia

- Bianchi, C., Altadill, D. (2005) *Ionospheric doppler measurements by means of HF-radars techniques*. Annals of Geophysics Vol. 48 N. 6 pp. 989-993.
- Bibl, K., Reinisch, B. (1978) *The Universal Digital Ionosonde Radio Science*. V.13 N.3.
- Carlson, A.B. (1986) *Communication System*. Mc Graw Hill N.Y.
- Davies, K. (1989) *Ionospheric Radio*. IEE Peter Peregrinus Ltd., Boulder Colorado US.
- DPS-4 Operating Manual*. (1997) ULCAR Lowell Massachusetts.
- Dyson, P.L. (1974) *Relationships between the rate of phase change of phase path (Doppler shift) and angle of arrival*. J.A.T.P., 1151-1154, V.37.
- Pfister, W. (1971) *The Wave-like nature of inhomogenities in E-region*. J.A.T.P., 999-1025, V.33.
- Scali, J.L. (1993) *Digisonde Drift Analysis*. ULCAR Lowell Massachusetts.